A

Génie Mécanique, 5ème Semestre

EXAMEN MIDTERM – MÉCANIQUE VIBRATOIRE

AUTOMNE 2024-2025

DURÉE :1H30MIN

Instructions :

Ne pas retourner cette page avant d'y être autorisé

Avant l'examen

- Placez votre carte d'étudiant CAMIPRO devant vous sur la table.
- Les téléphones portables doivent être éteints et placés dans vos sacs.
- Préparez votre espace de travail. Matériel autorisé :
  - Stylos bleus et/ou noirs, **les stylos rouges et verts sont réservés pour la correction.**
  - Les crayons sont autorisés uniquement pour les dessins.
  - Une calculatrice est autorisée.

Pendant l'examen

- Écrivez et dessinez avec soin. Ce qui est illisible ne sera pas corrigé.
- Des feuilles de papier supplémentaires sont disponibles auprès des assistants.
  - Prenez soin de numéroter et d'indiquer votre nom sur toutes les feuilles de réponse.
- Levez la main si vous avez une question ou si vous souhaitez aller aux toilettes.
- Lors des 15 dernières minutes de l'examen, il est interdit de quitter la salle.
- Lorsque l'examen est terminé, **posez votre stylo**, et restez assis et silencieux jusqu'à ce que nous ayons ramassé TOUTES les copies.

Contenu de l'examen

- Question 1 – 20 points
  - *Page 1*
- Question 2 – 50 points
  - *Page 2*
- Question 3 – 30 points
  - *Page 3*

QUESTION 1 *(20 points)*

On considère un système comme montré dans la Figure 1.1, avec $c = 1.6\sqrt{km}$, et k, m connus. Les conditions initiales sont nulles ($x(t=0) = \dot{x}(t=0) = 0$).
Si on applique une force $F(t) = F_0 \cos(\omega t)$:

- **i) Calculer le mouvement $x(t)$ en régime permanent .... (5 pts)**
- **ii) À quelle valeur de ω trouve-t-on une amplitude maximale ? .... (5 pts)**

Si on applique une force $F(t) = 5F_0^*\delta(t)$, avec $\delta(t)$ la fonction impulsion de Dirac :

- **iii) Si $F(t) = 5F_0^*\delta(t)$, calculer le mouvement $x(t)$ en régime permanent. .... (2 pts)**
- **iv) Quelles sont les unités de F_0^* ? .... (2 pts)**
- **v) Calculer le mouvement $x(t)$ pour tout temps ($\forall t$) .... (6 pts)**

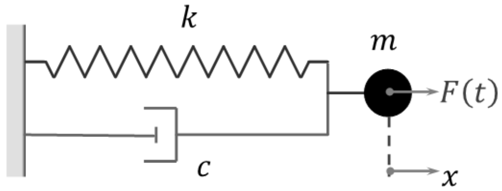

Figure 1.1 | Résonateur amorti.

Aide : Transformée de Laplace ($\mathcal{L}$) :

$$\mathcal{L}(e^{at}\sin(bt)) = \frac{b}{(s-a)^2 + b^2}$$

QUESTION 2 *(50 points)*

Le système de la Figure 2.1 se compose de deux tiges rigides de masse $6m$ et longueur L, attachées à un point qui permet la rotation à une extrémité et avec une masse m à l'autre extrémité. Les deux tiges sont reliées par un ressort de raideur k. Le système est soumis à une accélération gravitationnelle g vers le bas.

- **i) Combien de DdL a le système ?..(2 pts)**
- **ii) Ecrire les énergies potentielles et cinétiques du système........................(18 pts)**
- **iii) Ecrire les équations de mouvement pour le système ....(10 pts)**
- **iv) Calculer les vecteurs propres du système..(2 pts)**
- **v) Trouver des conditions initiales pour que le système bouge à ω_I ....(2 pts)**
- **vi) Calculer les fréquences propres du système..(8 pts)**
- **vii) Trouver k pour que la deuxième fréquence soit le double de la première.................(8 pts)**

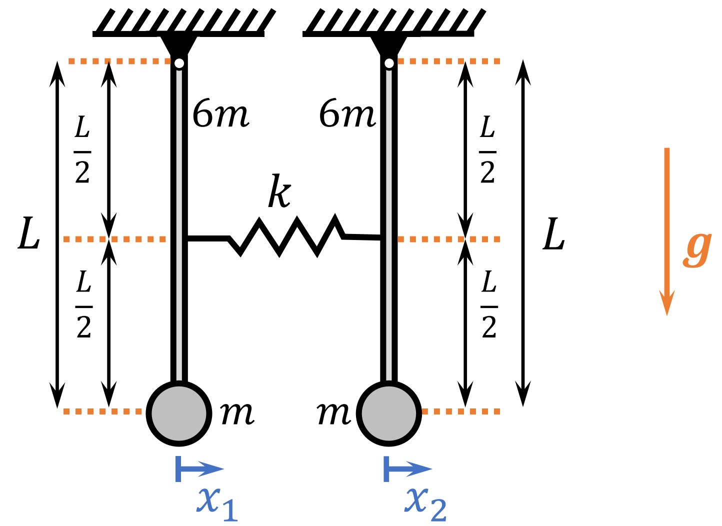

Figure 2.1 | Schéma du système.

QUESTION 3 *(30 points)*

On a une table rigide de masse m_{table} qui bouge de manière verticale ($y(t)$). Un système avec un ressort, un amortisseur, et une masse est relié à la table, comme montré dans le schéma de la Figure 3.1. L'amortissement relatif est $\eta^2 = \frac{5}{32}$, et le mouvement de la table est donné par :

$$y(t) = y_0 \cos(\omega t)\,(1 + \cos(\omega t))$$

- **i) Combien de DdL a le système ?..(2 pt)**
- **ii) Ecrire l'équation du mouvement vertical de la masse m, $x(t)$.....................................(4 pts)**
- **iii) Combien de termes harmoniques trouve-t-on dans le mouvement $x(t)$? ....(2 pt)**
- **iv) Ecrire chaque terme en fonction de y_0, β, η. .... (10 pts)**
- **v) Pour quelles valeurs de ω (en fonction des paramètres du système) trouve-t-on la valeur maximale pour chaque terme ?.. (12 pts)**

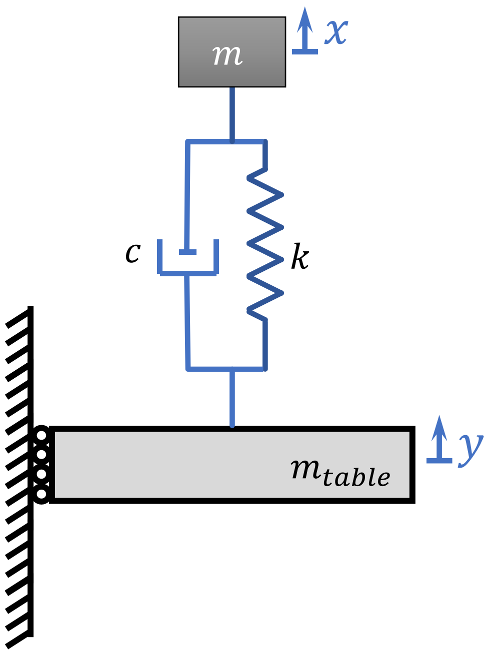

Figure 3.1 | Schéma du système avec une masse m tel que $c < 2\sqrt{km}$.

<u>Aide</u> :

$$\frac{d}{dx}\left(\frac{1+\alpha x}{(1-x)^2+\alpha x}\right) = \frac{2 - 2x - x^2\alpha}{((1-x)^2+\alpha x)^2}$$